

# 土/水連成有限要素解析における水頭の空間離散化手法の拡張（その2）

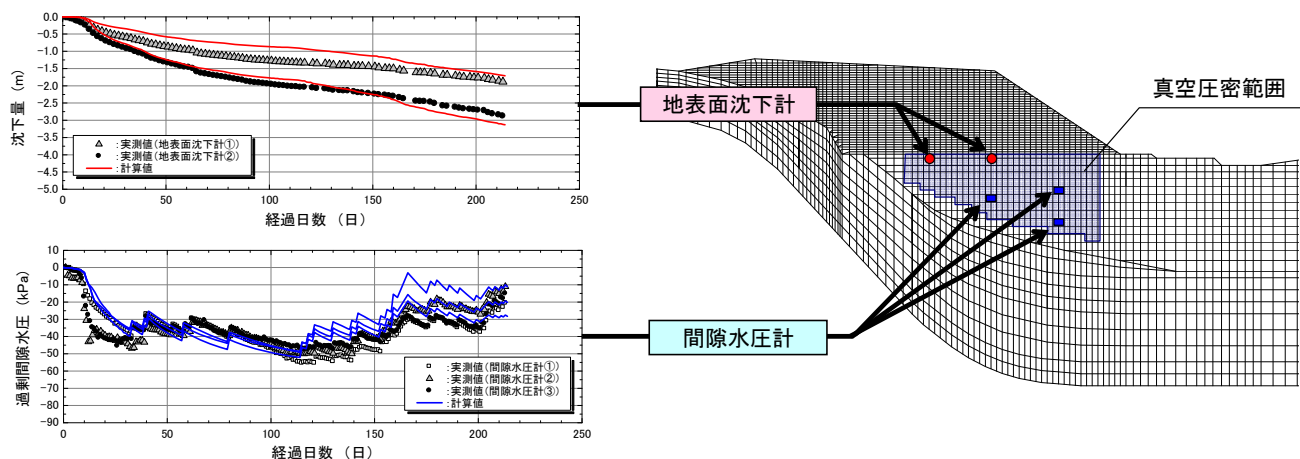
## マクロ・エレメント法の拡張と真空圧密工法への適用

平田 昌史・洞 防人・清水 英樹・福田 淳<sup>\*1</sup>・西川 浩二<sup>\*1</sup>・信田 潤一<sup>\*1</sup>

### Extended for spatial discretization of water head at Soil/water coupled finite element analysis (Part.2)

Extended macro-element method and application to vacuum consolidation

Masafumi HIRATA, Morito HORA, Hideki SHIMIZU, Jun FUKUDA, Kouji NISHIKAWA, Junichi NOBUTA



真空圧密工法を用いた実現場の動態観測結果とFEM解析結果の比較

### 研究の目的

関口ら(1986)によって提案されたマクロ・エレメント法は、三次元的な取扱いが必要なバーチカル・ドレーン打設地盤に対して、二次元平面ひずみ条件下においてもドレーンの集水効果を要素レベルで忠実に考慮できる解析手法である。しかしながら、このマクロ・エレメント法では要素重心で水頭を代表させる赤井・田村(1978)の手法を用いて水頭の空間離散化がなされているため、メッシュが直交する特殊な場合にしか適用できない。本研究では、マクロ・エレメント法を一般的なメッシュに対しても適用できるように、水頭の空間離散化式を一般的な形式で表すとともに、真空圧密工法にも適用できるようにマクロ・エレメント法の拡張を行う。

### 技術の説明

二次元 FEM 解析では、バーチカルドレーンのモデル化として、Barron の放射流れと Terzaghi の鉛直 1 次元流れにおける 50% 圧密時間が一致するように、等価透水係数を与える手法が一般的に用いられている。これに対して、マクロ・エレメント法は要素内の間隙水圧分布を Barron の固有関数を用いて表現していることから、二次元平面ひずみ条件下においても三次元的な集水効果を忠実に考慮できるため、非常に有効な手法であるといえる。このマクロ・エレメント法を拡張し適用範囲を広げることで、バーチカル・ドレーン打設地盤のより高度な FEM 解析が可能になると考えられる。

### 主な結論

- ・ 関口ら(1986)によるマクロ・エレメント法の空間離散化式を、FEM による一般的な形式に拡張した。
- ・ 拡張したマクロ・エレメント法に対して、竹山ら(2008)の手法にならない真空圧密を考慮できるようにした。
- ・ 真空圧密工法が採用された実現場に対して、改良したプログラムを用いた FEM 解析を実施したところ、解析結果は実測値を十分に再現できることが確認できた。

<sup>\*1</sup> 関西支店 高速若狭作業所

# 土-水連成有限要素解析における水頭の空間離散化手法の拡張（その2） マクロ・エレメント法の拡張と真空圧密工法への適用

平 田 昌 史                      洞        防 人  
清 水 英 樹                      福 田        淳\*<sup>1</sup>  
西 川 浩 二\*<sup>1</sup>                      信 田 潤    一\*<sup>1</sup>

## 要 旨

開口らによって提案されたマクロ・エレメント法は、三次元的な取扱いが必要なバーチカルドレーン打設地盤に対して、二次元平面ひずみ条件下においてもドレーンの排水効果を要素レベルで忠実に考慮できる手法である。しかしながら、このマクロ・エレメント法は、要素重心で水頭を代表させる赤井・田村の手法を用いて空間離散化がなされているため、メッシュが直交する場合にのみ適用が限定される。本研究では、マクロ・エレメント法の連続式を一般的な空間離散化式で表すことで、内挿関数の選び方に依存しない拡張マクロ・エレメント法を提案する。また、この拡張マクロ・エレメント法におけるドレーンの排水効果に、竹山らが提案した負の過剰間隙水圧の考慮方法を導入することで、真空圧密工法への適用性についても検討する。

キーワード 土-水連成問題／有限要素法／マクロ・エレメント法／バーチカルドレーン／真空圧密

## 目 次

- |                     |                   |
|---------------------|-------------------|
| 1. はじめに             | 4. 真空圧密現場のFEM再現解析 |
| 2. 拡張マクロ・エレメント法の定式化 | 5. おわりに           |
| 3. 真空圧密工法への適用       |                   |

## EXTENDED FOR SPATIAL DISCRETIZATION OF WATER HEAD AT SOIL-WATER COUPLED FINITE ELEMENT ANALYSIS (PART 2)

**Masafumi HIRATA**  
**Hideki SHIMIZU**  
**Kouji NISHIKAWA**

**Morito HORA**  
**Jun FUKUDA**  
**Junichi NOBUTA**

### Synopsis:

The macro element method proposed by Sekiguchi et al. is a technique for vertical drain placing ground where handling three dimensional is necessary to be able to consider the effect of the vertical drain by the element level under the plane strain condition. However, only when it is orthogonalizing the mesh special because the space discretization is performed by using the technique of Akai and Tamura where the head of water is represented by the element center of gravity, application is limited as for this macro element method. In this paper, propose the expanded macro element method that doesn't depend on how to choose the interpolation function by showing a consecutive type of the macro element method by a general space discretization type. Moreover, the applicability to the vacuum consolidation method is examined by introducing the method of considering the vacuum pressure that Takeyama et al. proposed into this expanded macro element method.

---

\* 1 関西支店 高速若狭作業所

## 1. はじめに

関口ら<sup>1)</sup>によって提案されたマクロ・エレメント法は、三次元的な取扱が必要となるパーティカルドレーン打設地盤に対して、二次元平面ひずみ条件下においても、ドレーンによる排水効果を要素レベルで忠実に考慮できる解析手法である。しかしながら、マクロ・エレメント法を適用した解析事例の数は少なく、パーティカルドレーンによる圧密促進効果を、改良域に大きな透水係数を与えることで表現する手法 (Mass Permeability 法)<sup>2)</sup>が、現在でも広く用いられている。これは、マクロ・エレメント法を適用できる条件が非常に限られていることが要因だと考えられる。マクロ・エレメント法の定式化には、赤井・田村<sup>3)</sup>による離散化手法が用いられている。赤井・田村による離散化手法は、要素重心で水頭値を代表する Christian 流<sup>4)</sup>の一種であるため、節点で水頭値を代表させる Sandhu 流<sup>5)</sup>を用いたプログラムにはマクロ・エレメント法を適用することができない。また、赤井・田村による離散化手法では、場の離散化として直交する構造格子を仮定するため、解析メッシュは正方形あるいは長方形の場合に限定<sup>6)</sup>され、複雑な傾斜を持つ地盤にはマクロ・エレメント法を適用することができない。

本研究では、関口らによるマクロ・エレメント法の空間離散化式を、内挿関数の選び方に依存しない一般的な空間離散化式で表すことで、節点で水頭値を代表させる Sandhu 流や傾斜地盤にも対応可能な“拡張マクロ・エレメント法”を提案する<sup>7)</sup>。また、この拡張マクロ・エレメント法におけるドレーンの排水効果に、竹山ら<sup>8), 9)</sup>が提案した真空圧 (負の過剰間隙水圧) の考慮方法を導入し、真空圧密が採用された実現場の FEM 解析<sup>10)</sup>を実施することによって、本手法の適用性を検討する。

## 2. 拡張マクロ・エレメント法の定式化

### 2.1 関口ら(1986)によるマクロ・エレメント法

土-水連成問題の支配方程式に含まれる連続式は、土が完全に飽和している状態では、土の体積変化と間隙水の流出量が等しいとする式である。通常の連続式では、境界面からの間隙水の流出量のみ考慮するが、パーティカルドレーンを打設した場合、ドレーンからの流出量も考慮しなければならない。関口ら<sup>1)</sup>が提案するマクロ・エレメント法では、連続式を図-1 に示すように体積変化量  $\dot{V}$  が境界面からの間隙水の流出量  $\dot{Q}$  と、パーティカルドレーンによる間隙水の流出量  $\dot{Q}_{VD}$  の和であると定義している。

$$\dot{V} = \dot{Q} + \dot{Q}_{VD} \quad [1]$$

まず、要素境界面からの間隙水の流出量  $\dot{Q}$  について考える。ここでは、要素重心で水頭値を代表させる赤井・田村<sup>3)</sup>による離散化手法を用いるため、場の離散化として図-2 に示すような直交格子状のメッシュを仮定する。こ

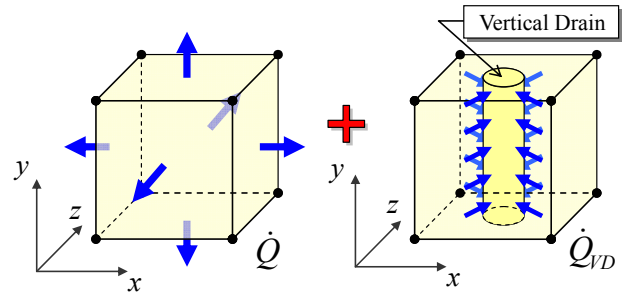


図-1 マクロ・エレメントの連続式

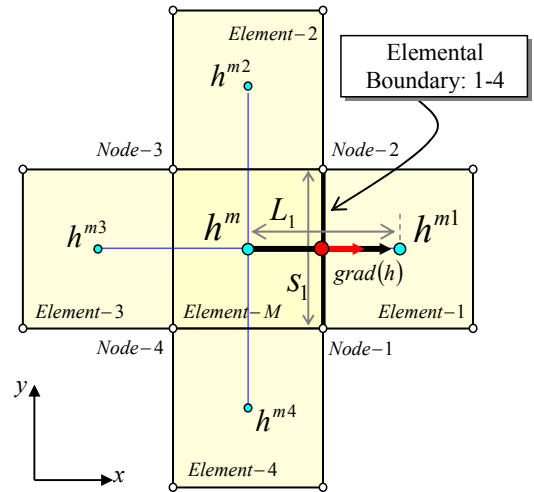


図-2 赤井・田村による場の離散化

のとき、要素境界 1-4 における動水勾配  $grad(h)$  は、隣接要素の重心距離  $L_1$  とその水頭差  $(h^{m1} - h^m)$  を用いて、

$$grad(h) = \frac{\partial h}{\partial L_1} = \frac{h^{m1} - h^m}{L_1} \quad [2]$$

と表され、要素境界 1-4 からの間隙水の流出量  $\dot{Q}_1$  は、

$$\dot{Q}_1 = \frac{k_x}{\gamma_w} \cdot \frac{S_1}{L_1} \cdot (h^{m1} - h^m) \quad [3]$$

となる。 $\gamma_w$  は間隙水の単位体積重量、 $k_x$  は水平方向の透水係数、 $S_1$  は要素境界の長さである。その他の要素境界についても、式 [3] と同様に求められることから、全要素境界からの流出量  $\dot{Q}$  は、

$$\dot{Q} = \left[ -\alpha \gamma_w h^m + \sum_{i=1}^4 \alpha_i \gamma_w h^{mi} \right] \cdot S_z \quad [4]$$

となる。 $S_z$  は要素の奥行長さであり、要素境界の流量係数  $\alpha_i$  は、以下のように表される。

$$\alpha_i = \frac{k}{\gamma_w} \frac{S_i}{L_i}, \quad \alpha = \sum_{i=1}^4 \alpha_i \quad [5]$$

次に、パーティカルドレーンによる間隙水の流出量  $\dot{Q}_{VD}$  について考える。図-3 に示すような要素の内に、1 本のパーティカルドレーン (直径  $2a$ 、高さ  $S_y$ 、透水性  $\infty$ ) が存在すると仮定する。この場合、パーティカルドレーンによる流出量  $\dot{Q}_{VD}$  は、要素内における水平方向透水係数  $k_x$

と、バーチカルドレーンの外周（ $r = a$ ）における動水勾配  $i_a$  を用いて、

$$\dot{Q}_{VD} = -k_x \cdot i_a \cdot 2\pi a S_y \quad [6]$$

と求められる。動水勾配  $i_a$  は、

$$i_a = \left. \frac{\partial h}{\partial r} \right|_{r=a} = \left. \frac{\partial (p_w / \gamma_w)}{\partial r} \right|_{r=a} = \frac{1}{\gamma_w} \cdot \left. \frac{\partial p_w}{\partial r} \right|_{r=a} \quad [7]$$

で表され、 $p_w$  は過剰間隙水圧である。バーチカルドレーン周辺の過剰間隙水圧  $p_w$  は、図-4 に示すようにバーチカルドレーンに向かって放射状に分布すると考えられる。そこで、この過剰間隙水圧  $p_w$  の分布特性を、

$$p_w = p_w(r, y, t) = f(r) \cdot g(y, t) \quad [8]$$

とおく。マクロ・エレメント法では、式 [8] に示した過剰間隙水圧  $p_w$  の半径方向に対する分布関数  $f(r)$  として、以下に示す Barron<sup>11)</sup> による等ひずみサンドドレーン問題の固有関数を適用する。

$$f(r) = \ln\left(\frac{r}{a}\right) - \frac{r^2 - a^2}{2b^2} \quad [9]$$

$b$  はバーチカルドレーンの有効集水半径である。式 [8] および式 [9] を式 [7] に代入すると、バーチカルドレーン外周の動水勾配  $i_a$  は、

$$i_a = \frac{1}{\gamma_w} \cdot \left. \frac{\partial p_w}{\partial r} \right|_{r=a} = g(y, t) \cdot \frac{1}{a \cdot \gamma_w} \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right) \quad [10]$$

となる。なお、 $n = b/a$  である。一方、要素内では過剰間隙水圧  $p_w$  は各離散点で代表されるため、式 [9] に示したような分布特性を直接取り込むことはできない。そこで、図-5 に示すような要素内で一定の平均過剰間隙水圧  $\bar{p}_w$  を定義し各離散点で代表させる。なお、赤井・田村による離散化手法を用いているマクロ・エレメント法では、平均過剰間隙水圧  $\bar{p}_w$  は要素重心で代表されることになる。図-5 より、要素内の平均過剰間隙水圧  $\bar{p}_w$  を、

$$\bar{p}_w = \frac{1}{\pi b^2} \int_0^b 2\pi p_w r dr \quad [11]$$

とおき、式 [8] および式 [9] を代入すると、

$$\bar{p}_w = g(y, t) \cdot \left\{ \ln(n) - \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right) \left( 3 - \frac{1}{n^2} \right) \right\} \quad [12]$$

となる。式 [12] を式 [10] に代入すると、バーチカルドレーン外周の動水勾配  $i_a$  は、平均過剰間隙水圧  $\bar{p}_w$  を用いて、

$$i_a = \frac{F(n)}{a \cdot \gamma_w} \cdot \bar{p}_w \quad [13]$$

$$F(n) = \frac{1 - 1/n^2}{\ln(n) - \left( 1 - 1/n^2 \right) \left( 3 - 1/n^2 \right) / 4} \quad [14]$$

と表される。式 [13] のように求められた動水勾配  $i_a$  を、式 [6] に代入すると、

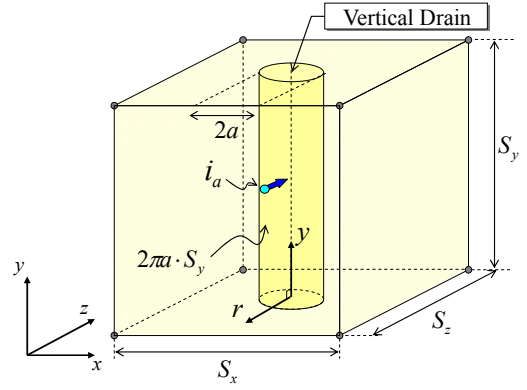


図-3 マクロエレメント内のドレーン

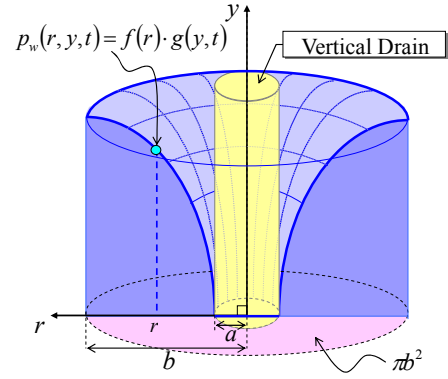


図-4 ドレーン周辺の過剰間隙水圧分布

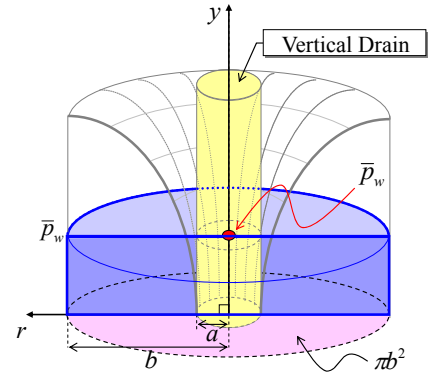


図-5 平均過剰間隙水圧の定義

$$\dot{Q}_{VD} = -\frac{k_x \cdot 2\pi S_y \cdot F(n)}{\gamma_w} \cdot \bar{p}_w \quad [15]$$

となる。ここで、マクロ・エレメント内のバーチカルドレーンによる流出量  $\dot{Q}_{VD}$  を、式 [4] に示した要素境界面からの流出量の式を参考に、

$$\dot{Q}_{VD} = \alpha_{VD} \cdot \gamma_w h^m \cdot S_z \quad [16]$$

とおく。 $\alpha_{VD}$  はバーチカルドレーンの流量係数、 $h^m$  は要素内の平均全水頭である。この平均全水頭  $h^m$  と平均過剰間隙水圧  $\bar{p}_w$  には、以下の関係にある。

$$h^m = \frac{\bar{p}_w}{\gamma_w} \quad [17]$$

また、バーチカルドレーンの流量係数  $\alpha_{VD}$  は、式 [15] と式 [16] を等値することで求めることができる。バー

チカルドレーンが、図-6 に示すような正方配置であると仮定すると、有効集水半径  $b$  は、

$$b = \frac{S_x}{\sqrt{\pi}} = \frac{S_z}{\sqrt{\pi}} \quad [18]$$

と定義され、バーチカルドレーンの流量係数  $\alpha_{VD}$  は、

$$\alpha_{VD} = -\frac{2\sqrt{\pi} \cdot k_x \cdot S_y}{\gamma_w \cdot b} \cdot F(n) \quad [19]$$

となる．ちなみに、マクロ・エレメント内に複数のバーチカルドレーンを含ませることも可能である．この場合、バーチカルドレーンの本数を  $N_{VD}$  として式 [16] を、

$$\dot{Q}_{VD} = N_{VD} \cdot (\alpha_{VD} \cdot \gamma_w h^m \cdot S_z) \quad [20]$$

と表せばよい．以上のことから、式 [1] に示したマクロ・エレメントの連続式は、式 [4] および式 [16] を用いて、

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{Q} + \dot{Q}_{VD} \\ &= \left[ -(\alpha - \alpha_{VD}) \gamma_w h^m + \sum_{i=1}^4 \alpha_i \gamma_w h^{mi} \right] \cdot S_z \end{aligned} \quad [21]$$

となる．これがマクロ・エレメントを考慮した連続式の空間離散化式である．

バーチカルドレーンの打設領域は一般に有限である．このため、ドレーン改良域と未改良域の要素境界が生じる．関口ら<sup>12)</sup>は、隣接する要素もマクロ・エレメントの場合を“基本マクロ・エレメント”，隣接する要素が通常要素の場合を“遷移マクロ・エレメント”と呼び、これらの要素境界に次のような付帯条件を課している．

基本マクロ・エレメントの要素境界では、式 [9] に示した要素内の過剰間隙水圧の分布関数が、有効集水半径の位置 ( $r=b$ ) で  $f'(b)=0$  となる．関口らは、このような条件を「2 個のマクロ・エレメント間を横切る水平方向の水流は生じない」と解釈し、式 [4] に示した要素境界における流量係数を、

$$\alpha_1 = \alpha_3 = 0 \quad [22]$$

としている．

遷移マクロ・エレメントの要素境界では、ドレーン改良部と未改良部の要素境界を横切る間隙水流の寄与を考慮し、平均過剰間隙水圧  $\bar{p}_w$  を、図-7 に示すように要素境界から距離  $c$  内側に入った点に代表させている．

$$c = \frac{(b-a)}{2} \quad [23]$$

この場合、ドレーン改良部と未改良部の要素境界を横切る間隙水流の流量係数  $\alpha_3$  は、以下のようになる．

$$\alpha_3 = \frac{k_x}{\gamma_w} \cdot \frac{s_3}{c + (L_3 - d_3)} \quad [24]$$

## 2.2 一般的な空間離散化式への拡張

赤井・田村 による離散化手法を用いたマクロ・エレメント法では、その適用範囲が、要素重心で水頭値を代表させる Christian 流を用いたプログラムに限定され、且つ使

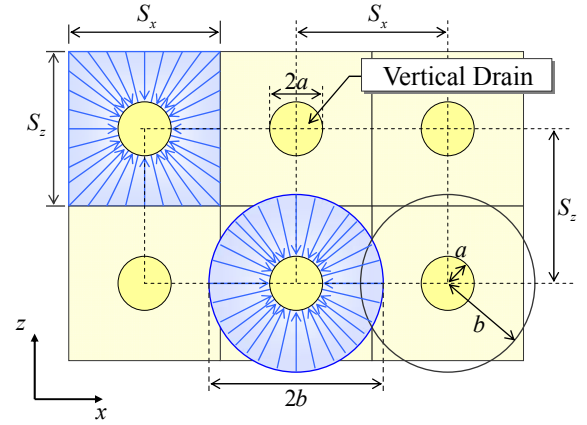


図-6 ドレーン配置と有効集水半径

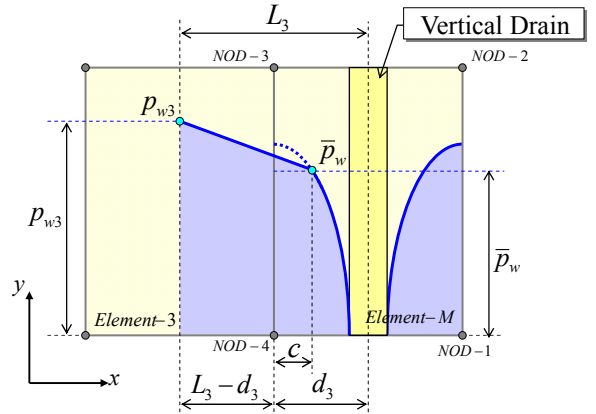


図-7 遷移マクロ・エレメントの要素境界

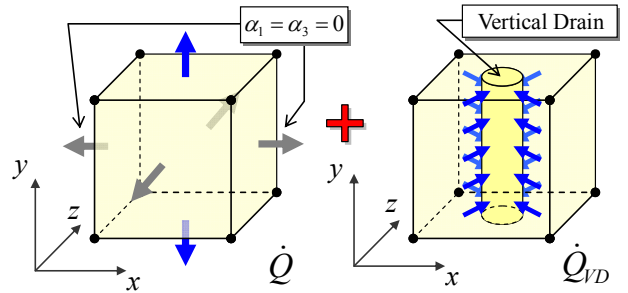


図-8 基本マクロ・エレメントの連続式

用できる要素形状も正方形あるいは長方形に限定される．マクロ・エレメント法の汎用性を高めるためには、内挿関数の選び方に依存しない一般的な空間離散化式に拡張することが必要である．しかしながら、マクロ・エレメント法を一般的な空間離散化式に拡張する場合、要素境界における付帯条件の取り扱いが問題になる．

まず、基本マクロ・エレメントの付帯条件について考察する．関口らによる基本マクロ・エレメントの付帯条件を考慮すると、式 [1] に示したマクロ・エレメントの連続式は、図-8 に示した模式図のようになり、隣接要素への間隙水の流出はなくなる．この場合、バーチカルドレーンの効果が限りなくゼロに近づいても、通常要素の連続式に帰着せず、矛盾が生じることになる．つまり、式 [1] に示したマクロ・エレメントの連続式の定義より、要素境界面からの流出量  $\dot{Q}$  と、バーチカルドレーンによ

る流出量  $\dot{Q}_{VD}$  は、それぞれ独立に評価されなければならない。そこで、式〔9〕における  $f'(b)=0$  の条件が、バーチカルドレーンのみに影響を与えるとして、「有効集水半径  $b$  を越えた部分（隣接する要素）からは、ドレーン内への水の流入はない」とおく。このように考えれば、式〔22〕に示した付帯条件は取り除くことができる。

次に、遷移マクロ・エレメントの付帯条件について考察してみる。要素境界面からの流出量  $\dot{Q}$  と、バーチカルドレーンによる流出量  $\dot{Q}_{VD}$  は、それぞれ独立に評価されるため、バーチカルドレーンによる排水効果は要素境界に影響を与えてはならない。また、式〔11〕で定義した平均過剰間隙水圧  $\bar{p}_w$  は各離散点で代表されるため、Christian 流の場合には、平均過剰間隙水圧  $\bar{p}_w$  は要素重心で代表されることになる。よって、図-7 のように水頭の代表点位置をずらす必要性はなく、式〔24〕に示した付帯条件も取り除くことができる。

このように、式〔22〕と式〔24〕に示した要素境界の付帯条件を取り除くと、基本マクロ・エレメントと遷移マクロ・エレメントの場合分けが不要になるとともに、マクロ・エレメント法の連続式を以下のように一般的な空間離散化式に拡張することが可能となる。

式〔1〕に示したマクロ・エレメントの連続式を、体積ひずみ増分  $\dot{\epsilon}_v$  と間隙水の流速ベクトル  $\mathbf{v}$  を用いて、

$$\dot{\epsilon}_v = \text{div} \mathbf{v} + \dot{q}_{VD} \quad [25]$$

と置く。  $\dot{q}_{VD}$  はバーチカルドレーンによる単位体積あたりの流出量であるため、式〔16〕より、

$$\dot{q}_{VD} = \frac{\dot{Q}_{VD}}{dV_e} = \frac{\alpha_{VD}}{dV_e} S_z \cdot \gamma_w h \quad [26]$$

と定義する。  $dV_e$  はマクロ・エレメントの体積である。式〔25〕に対して任意の重み関数  $\delta h$ （但し、水頭境界上では  $\delta h=0$ ）を乗じて領域  $V$  で積分すると、以下のような弱形式が得られる。

$$\begin{aligned} \int_V \dot{\epsilon}_v \delta h dV - \int_{S_q} \bar{q} \delta h dS \\ - \int_V \mathbf{k} \cdot \text{grad}(h) \text{grad}(\delta h) dV \\ - \int_V \frac{\alpha_{VD}}{dV_e} S_z \gamma_w h \delta h dV = 0 \end{aligned} \quad [27]$$

ここで、場の離散化として領域  $V$  を  $M$  個の要素に分割したと仮定し、任意の全水頭  $h$  は内挿関数  $\mathbf{N}_h$  によって全水頭ベクトル  $\mathbf{h}^{me}$  に離散化され、重み関数  $\delta h$  についても同じ内挿関数  $\mathbf{N}_h$  で離散化されるものとする（Galerkin 法）。

$$\begin{aligned} h &= \mathbf{N}_h \mathbf{h}^{me}, & \text{grad}(h) &= \mathbf{B}_h \mathbf{h}^{me} \\ \delta h &= \mathbf{N}_h \delta \mathbf{h}^{me}, & \text{grad}(\delta h) &= \mathbf{B}_h \delta \mathbf{h}^{me} \end{aligned} \quad [28]$$

また、領域  $V$  の全水頭ベクトル  $\mathbf{h}^m$  が持つ自由度  $m$  と、部分領域  $V_e$  の全水頭ベクトル  $\mathbf{h}^{me}$  が持つ自由度  $me$  を結びつけるマトリクスを  $\mathbf{A}_{he}$  とする。

$$\mathbf{h}^{me} = \mathbf{A}_{he} \mathbf{h}^m, \quad \delta \mathbf{h}^{me} = \mathbf{A}_{he} \delta \mathbf{h}^m \quad [29]$$

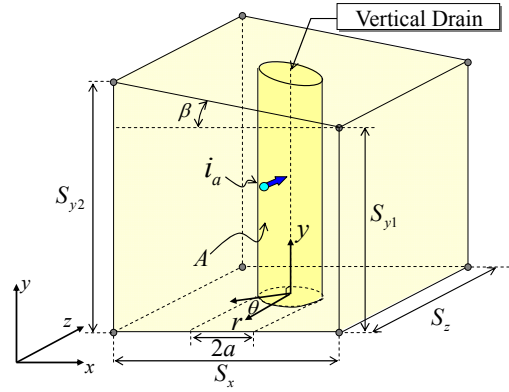


図-9 地盤傾斜を考慮したマクロ・エレメント

これらの式を式〔27〕に代入し、重み関数  $\delta \mathbf{h}^m$  の任意性を考慮すると、

$$\mathbf{K}_v \dot{\mathbf{u}}^n - (\mathbf{K}_h + \mathbf{K}_{VD}) \gamma_w \mathbf{h}^m = \dot{\mathbf{Q}} \quad [30]$$

というマクロ・エレメントを考慮した連続式の一般的な空間離散化式が得られる。なお、式〔30〕中の各マトリクスは以下の通りである。

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_V &= \sum_{e=1}^M \mathbf{A}_{he}^T \int_{V_e} \mathbf{N}_h^T \mathbf{B}_v dV \mathbf{A}_{he} \\ \mathbf{K}_h &= \sum_{e=1}^M \mathbf{A}_{he}^T \int_{V_e} \mathbf{B}_h^T \frac{\mathbf{k}}{\gamma_w} \mathbf{B}_h dV \mathbf{A}_{he} \\ \mathbf{K}_{VD} &= \sum_{e=1}^M \mathbf{A}_{he}^T \int_{V_e} \mathbf{N}_h^T \frac{\alpha_{VD}}{dV_e} \mathbf{N}_h dV \mathbf{A}_{he} \\ \dot{\mathbf{Q}} &= \sum_{e=1}^M \mathbf{A}_{he}^T \int_{S_{qe}} \mathbf{N}_h^T \bar{q} dS \end{aligned} \quad [31]$$

## 2.3 傾斜地盤への拡張

マクロ・エレメント法では、バーチカルドレーンによる間隙水の排出量を、図-2 に示した直方体要素に対して求めているため、使用できる要素形状が長方形に限定され傾斜地盤には対応できない。そこで、図-9 に示したような傾斜した要素内に、1本のバーチカルドレーンがある場合を考える。この場合、バーチカルドレーンによる流出量  $\dot{Q}_{VD}$  は、式〔6〕を参考に以下のように求められる。

$$\dot{Q}_{VD} = -k_x \cdot i_a \cdot A \quad [32]$$

$A$  はバーチカルドレーンの表面積である。図-9 に示すように、要素の傾斜角を  $\beta$ 、ドレーンの円周方向を  $\theta$  とすると、ドレーンの長さ  $S_y(\theta)$  は、

$$S_y(\theta) = \frac{S_{y1} + S_{y2}}{2} + a \cdot \tan \beta \cos \theta \quad [34]$$

と表され、バーチカルドレーンの表面積  $A$  は、

$$\begin{aligned} A &= \int_0^{2\pi} S_y(\theta) \cdot d\theta \\ &= 2\pi a \cdot \frac{S_{y1} + S_{y2}}{2} = 2\pi a \cdot \bar{S}_y \end{aligned} \quad [35]$$

とおける。一方、動水勾配  $i_a$  は式〔7〕で表されるが、こ

のときの過剰間隙水圧  $p_w$  の分布は、要素の傾斜による影響でドレーンの円周方向  $\theta$  の関数となる。この過剰間隙水圧  $p_w$  の分布特性を式 [8] にならい、

$$p_w = p_w(r, y, \theta, t) = f(r) \cdot g(y, \theta, t) \quad [36]$$

とおき、分布関数  $f(r)$  に式 [9] を適用する。ここで、要素内で一定の平均過剰間隙水圧  $\bar{p}_w$  を定義すると、動水勾配  $i_a$  はドレーンの円周方向に依存しない式 [13] の形で求められる。以上のことから、式 [32] に示したバーチカルドレーンによる流出量  $\dot{Q}_{VD}$  は、

$$\dot{Q}_{VD} = -\frac{k_x \cdot 2\pi \bar{S}_y \cdot F(n)}{\gamma_w} \cdot \bar{p}_w \quad [37]$$

となる。式 [16] と式 [37] を等値すると、式 [19] に示したバーチカルドレーンの流量係数  $\alpha_{VD}$  は、

$$\alpha_{VD} = -\frac{2\sqrt{\pi} \cdot k_x}{\gamma_w} \cdot \frac{\bar{S}_y}{b} \cdot F(n) \quad [38]$$

と表され、要素の平均高さ  $\bar{S}_y$  を用いるだけで、地盤の傾斜を考慮できることがわかる。なお、式 [18] に示したマクロ・エレメントにおける有効集水半径の定義から、マクロ・エレメントに用いるメッシュは、鉛直方向を垂直に分割し、要素幅をドレーン間隔の整数倍にする必要があるため、マクロ・エレメントのメッシュ作成時には注意が必要である。

## 2.4 拡張マクロ・エレメント法の検証

プログラムに組み込んだ拡張マクロ・エレメント法の検証として、バーチカルドレーン打設地盤に対する一次元圧密の FEM 解析を実施した。図-10 は解析に用いたモデルである。単純な 1 要素のモデル (Case-1) と、地盤内の傾斜を考慮し 6 要素に分割したモデル (Case-2) の 2 つのケースに対して、解析結果と Barron による理論解との比較を行った。また、ここでは要素重心で水頭を代表させるハイブリッド型ペナルティ法 (以下、HPM) <sup>13)</sup> を適用したプログラム <sup>6)</sup> と、節点で水頭を代表させる Sandhu 流を適用したプログラムを使用し、一般的な空間離散化式への拡張方法の有効性についても検証した。

図-11 は、HPM を適用したプログラムによる検証結果である。Case-1 では、バーチカルドレーンの直径を 0.2m, 0.4m, 0.8m に変化させているが、これらの解析結果は実線で示した Barron による理論解と一致しており、提案した拡張マクロ・エレメント法が有効であることが確認できる。また、Case-2 の解析結果についても理論解と一致しており、傾斜した地盤に対しても提案した拡張マクロ・エレメント法が有効であることが確認できる。

図-12 は Sandhu 流を用いたプログラムによる検証結果である。HPM によるプログラムと同様に、Case-1 および Case-2 の解析結果は Barron による理論解と一致しており、拡張マクロ・エレメント法が内挿関数の選び方に依存せず適用可能であることが伺える。

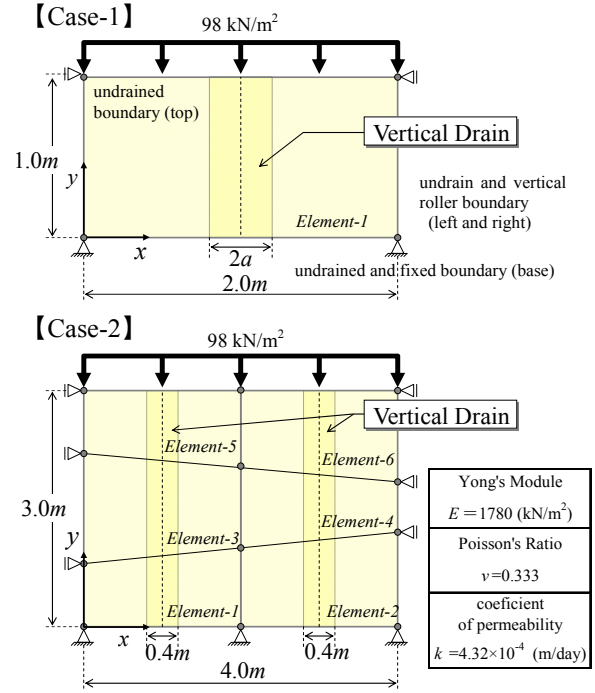


図-10 検証に用いた解析モデル

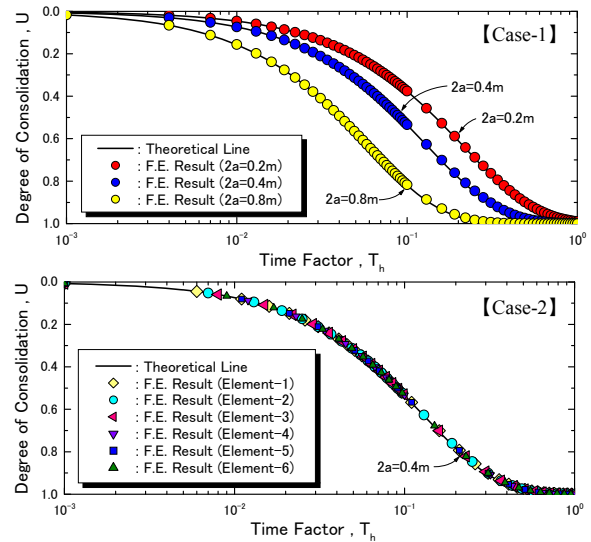


図-11 HPM を用いたプログラムの検証結果

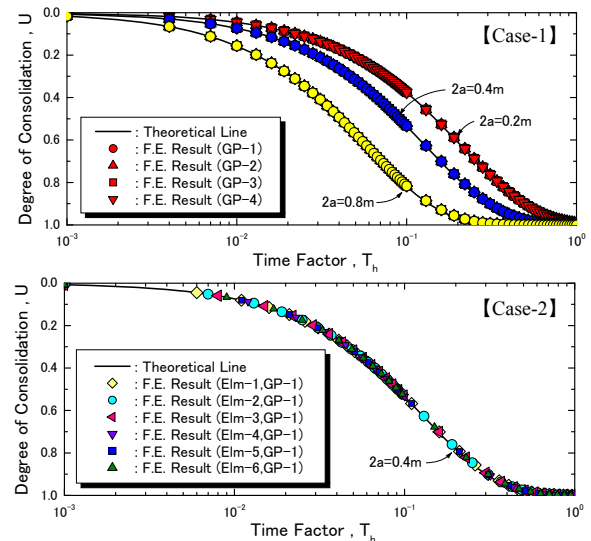


図-12 Sandhu 流を用いたプログラムの検証結果

プログラムの検証として、図-14 に示した単純な 1 要素のモデルを用いて、真空圧密工法の工程を再現する解析を実施した。解析条件には竹山ら<sup>8)</sup>が実施した検証解析と同一のものを使用しており、拡張マクロ・エレメントには真空圧-70kPa が載荷され、気密シートが敷設される上面にも真空圧-70kPa を載荷している。なお、ここでは要素重心で水頭を代表させる HPM によるプログラムを用いている。図-15 は、沈下量と過剰間隙水圧の解析結果であ

る。これら解析結果は、竹山ら<sup>8)</sup>が実施した解析結果とも一致しており、ドレーンの打設や真空圧の载荷、真空ポンプの停止、盛土载荷の工程を自然に再現できていると考えられ、本手法の有効性が確認できる。

また、図-16 に示した単純な一次元圧密モデルに対して、拡張マクロ・エレメントを用いた場合と、通常要素を用いて境界に真空圧を载荷した場合の比較解析を実施した。

図-17 は、過剰間隙水圧の解析結果である。拡張マクロ・エレメントを用いた場合、Barron による理論解と一致する結果が得られているが、要素境界に真空圧を载荷した場合、圧密の進行が早く、ドレーンの排水効果が過大に評価されていることがわかる。このため真空圧密改良地盤では、ドレーン半径や境界条件等を考慮したフィッティングによる透水係数の推定が必要となる。以上のことから、拡張マクロ・エレメント法を用いることで、真空圧密工法を考慮するための複雑な条件設定が不要になると同時に、三次元的なドレーンの排水効果をより自然に表現できることが伺える。

## 4. 真空圧密現場のFEM再現解析

### 4.1 解析条件

真空圧密工法が採用された実際の現場に対して、真空圧を考慮した拡張マクロ・エレメント法を用いてシミュレーションを実施することにより、提案する解析手法の適用性について検討を行った。解析対象としたのは写真-1 に示した道路の载荷盛土建設現場<sup>18)</sup>である。施工位置は地山に隣接しているため、地盤は山側方向から傾斜している。また、盛土下の地盤には、含水比 200~500%でN値が0~1の非常に軟弱な腐植土層が厚く（最大13m程度）堆積しており、真空圧密工法はこの腐植土層に対して実施されている。図-18 は、解析対象とした载荷盛土のメッシュ図である。真空圧密用のペーパードレーン（幅10cm、厚さ7mm）は0.7m間隔の正方配置で打設されており、改良深度は腐植土の層厚に合わせて4~12mの階段状になっている。改良域の要素境界上に負圧を与えるモデル化を行う場合には、地盤傾斜や盛土形状、ドレーン打設範囲の影響により、境界条件や透水係数の設定が非常に困難な事例である。

実施したFEM解析では、軟弱な腐植土を関口・太田<sup>19)</sup>による弾塑性体としてモデル化し、その他の基盤や盛土材料等については、十分な強度を有していることから線形弾性体としてモデル化した。腐植土（関口・太田モデル）に必要な各種材料パラメータは、既存の室内土質試験結果等から図-19 に示すフローを用いて設定しており、必要に応じて経験式、理論式を用いて値を推定<sup>21)</sup>した。表-1 に、設定した材料パラメータの一覧を示す。真空圧密の改良範囲では、打設されたペーパードレーンが直径5cmのサンドドレーンとほぼ同じ排水効果<sup>20)</sup>が期待できるとして、拡張マクロ・エレメント法を適用している。拡

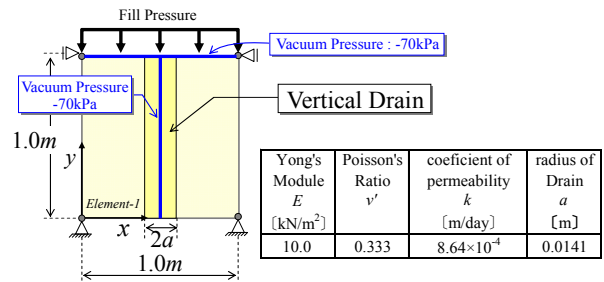


図-14 真空圧密工法の検証モデル

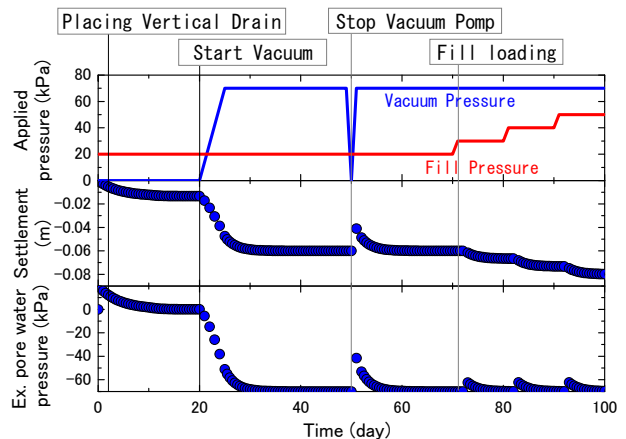


図-15 真空圧密工法の検証解析結果

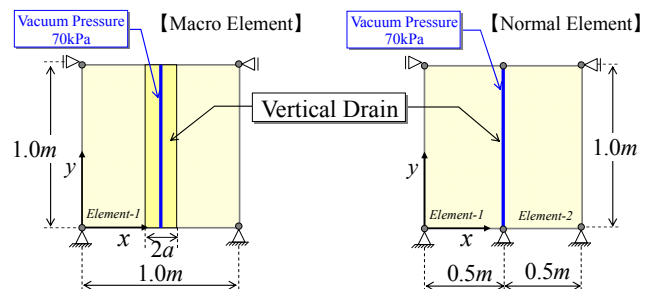


図-16 1次元圧密の検証モデル

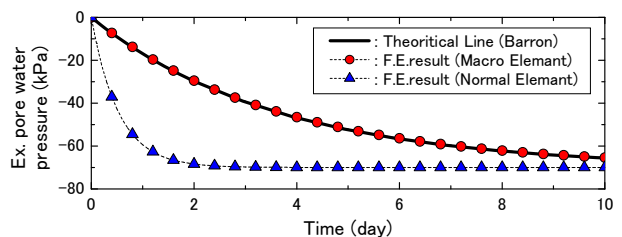


図-17 1次元圧密の検証解析結果



写真-1 解析対象とした载荷盛土現場

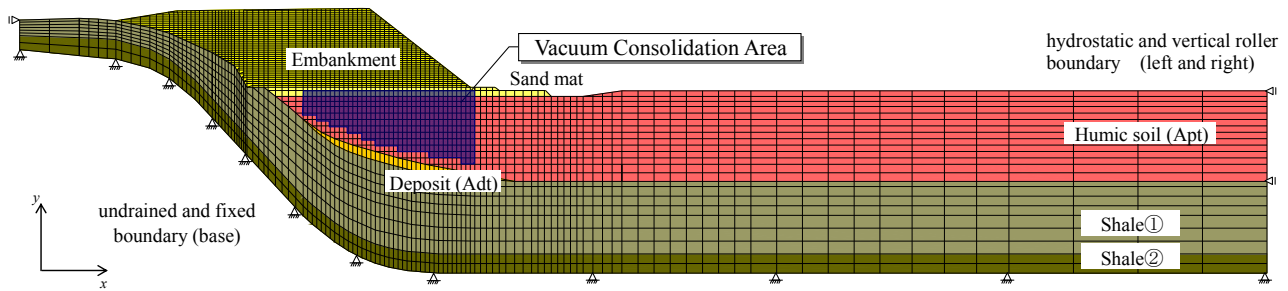


図-18 解析対象の横断面 FEM 解析メッシュ

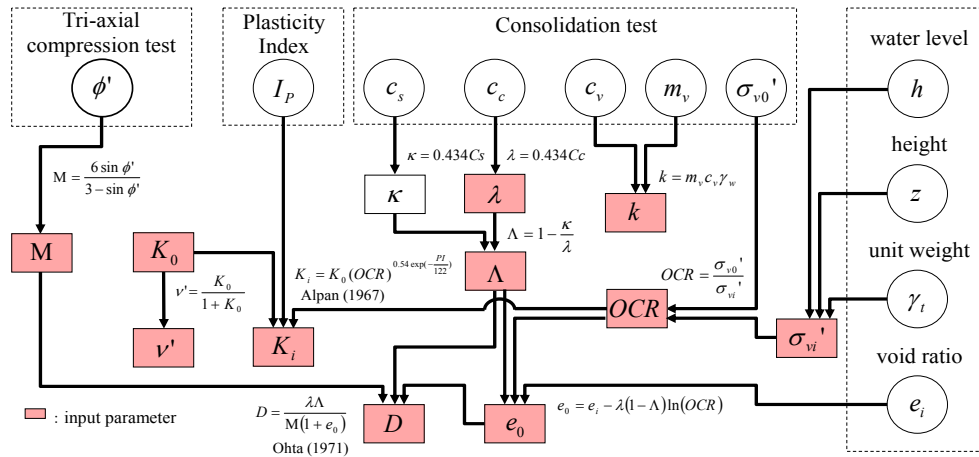


図-19 関口・太田モデルに用いた材料パラメータの設定フロー

表-1 FEM 解析に用いた材料パラメーター一覧

| geological layer | constitutive model                      | unit weight<br>$\gamma_t$<br>[kN/m <sup>3</sup> ] | critical state parameter<br>M   | compression ratio<br>Cc | irreversibility ratio<br>$\Lambda$ | coefficient of dilatancy<br>D | preconsolidation vertical pressure<br>$\sigma_{v0}'$<br>[kPa] | coefficient of earth pressure at rest<br>$K_0$ | effective Poisson's ratio<br>$\nu'$ | inclination of $e$ -lnk<br>$\lambda_k$ | coefficient of permeability<br>$k$<br>[m/day] |
|------------------|-----------------------------------------|---------------------------------------------------|---------------------------------|-------------------------|------------------------------------|-------------------------------|---------------------------------------------------------------|------------------------------------------------|-------------------------------------|----------------------------------------|-----------------------------------------------|
| Shale①           | Elastic model                           | 19.6                                              | Young's module, E = 36200 [kPa] |                         |                                    |                               |                                                               |                                                | 0.333                               | -                                      | -                                             |
| Shale②           | Elastic model                           | 19.6                                              | Young's module, E = 24000 [kPa] |                         |                                    |                               |                                                               |                                                | 0.333                               | -                                      | $8.64 \times 10^{-2}$                         |
| Deposit (Adt)    | Elastic model                           | 17.7                                              | Young's module, E = 11800 [kPa] |                         |                                    |                               |                                                               |                                                | 0.333                               | -                                      | $8.64 \times 10^{-4}$                         |
| Humic soil (Apt) | Sekiguchi-Ohta's model (Elasto-plastic) | 10.8                                              | 2.00                            | 3.30                    | 0.82                               | 0.0849                        | 27.6                                                          | 0.500                                          | 0.333                               | 0.781                                  | $3.46 \times 10^{-4}$                         |
| Sandmat          | Elastic model                           | 18.6                                              | Young's module, E = 11800 [kPa] |                         |                                    |                               |                                                               |                                                | 0.333                               | -                                      | $8.64 \times 10^{-2}$                         |
| Embankment       | Elastic model                           | 18.6                                              | Young's module, E = 11800 [kPa] |                         |                                    |                               |                                                               |                                                | 0.333                               | -                                      | $8.64 \times 10^{-2}$                         |

張マクロ・エレメント法に必要な入力パラメータは、ドレーンの直径と要素内のドレーン本数、載荷される真空圧のみであり、特殊な境界条件の設定や透水係数の算定は必要とされない。なお、地盤内の初期応力については自重計算にて設定し、敷砂・盛土の要素を逐次追加することで施工過程を表現している。

## 4.2 解析結果

図-20 は、盛土施工時に実施された動態観測結果と、解析結果を比較したグラフであり、図中のプロットが動態観測結果、実線が解析結果である。図-20 に示した(a)地表面沈下量、(c)法尻付近の地中水平変位量を見ると、FEM 解析結果は動態観測結果とほぼ一致しており、沈下や側方変位といった改良地盤の変形挙動を、精度良く再現できているといえる。また、(b)地盤内の過剰間隙水圧

についても、FEM 解析結果と動態観測結果はほぼ一致していることから、改良地盤内の有効応力状態についても精度良く再現できているといえる。以上のことから、従来の真空圧密工法のモデル化では評価が困難であった複雑な自然地盤に対しても、地盤変形と地盤内応力を精度良く、且つ総合的に評価することが可能である拡張マクロ・エレメント法の優位性が伺える。

## 5. おわりに

本研究では、関口らが提案したマクロ・エレメント法の連続式の空間離散化式を、内挿関数の選び方に依存しない一般的な空間離散化式で表すことで、節点で水頭値を代表させる Sandhu 流にも適用可能な拡張マクロ・エレメント法を提案した。また、バーチカルドレーンの流量係

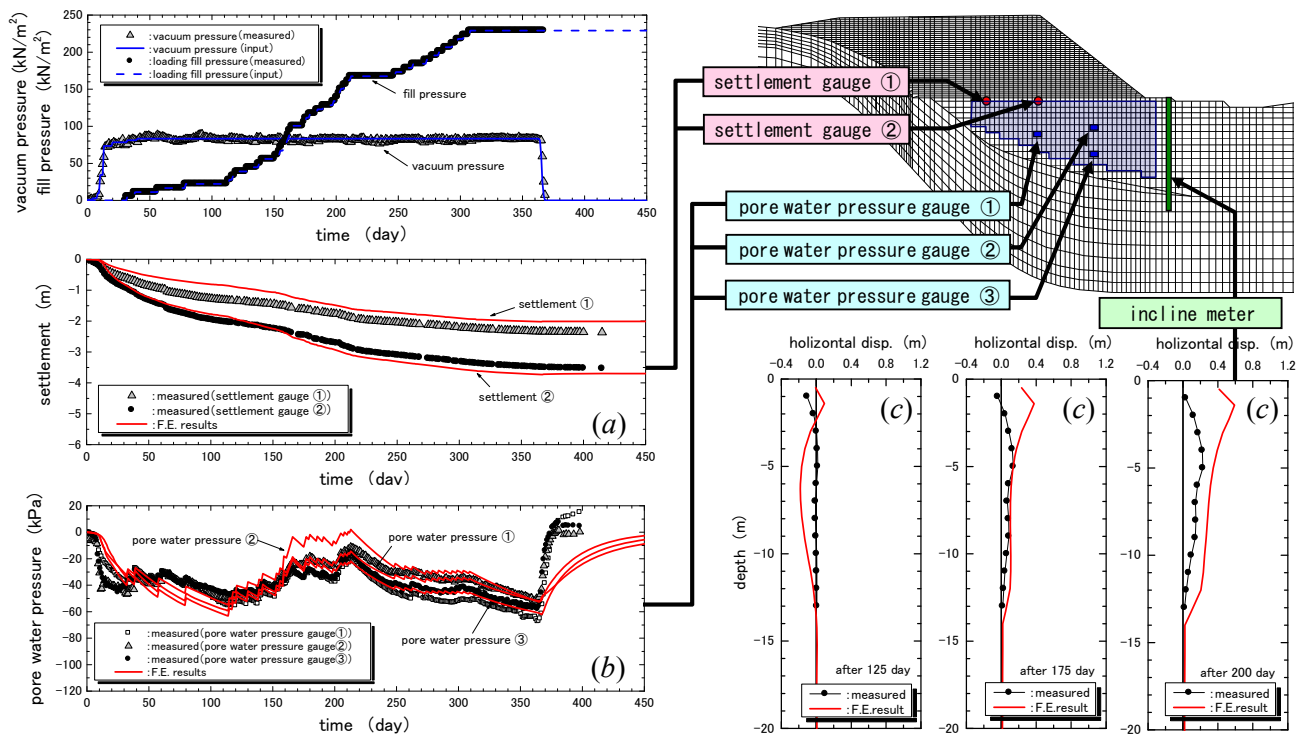


図-20 動態観測結果とFEM解析結果の比較

数算定式に要素の平均高さを用いることで、傾斜地盤にも適用可能な拡張方法を示した。これらの拡張により、適用範囲が限定されていたマクロ・エレメント法の汎用性が広がり、より精度の高いバーチカルドレーン打設地盤のFEM解析が、比較的容易に実施できるものと考えられる。また、これまでFEM解析が困難であった真空圧密工法に対して、竹山らが提案したモデル化手法を拡張マクロ・エレメント法に適用した。道路の荷重盛土現場に対して実施したFEM解析では、地盤変形と地盤内応力を精度良く再現できており、真空圧密工法のモデル化に用いた拡張マクロ・エレメント法の優位性を確認することができた。今後は、真空圧密工法の施工時安定性や施工管理手法等の詳細な検討を実施するとともに、拡張マクロ・エレメント法を用いた他現場のFEM解析を実施することで、本手法の適用性についてもさらに検討を行っていく予定である。

謝辞：本論文を作成するにあたり、アドバイスを頂いた中央大学の太田秀樹教授、国土技術政策総合研究所の竹山智英氏、NEXCO 中日本の川井田実氏、山田耕一氏に深く感謝いたします。

## 参考文献

- 1) 関口秀雄, 柴田徹, 藤本朗, 山口博久：局部荷重を受けるバーチカル・ドレーン打設地盤の変形解析, 第31回土質工学会シンポジウム発表論文集, pp.111-116, 1986.
- 2) 吉国洋：バーチカルドレーン工法の設計と施工管理, 技報堂出版, pp.1-208, 1979.

- 3) 赤井浩一, 田村武：弾塑性構成式による多次元圧密の数値解析, 土木学会論文報告集, No.269, pp.95-104, 1978.
- 4) Christian, J. T.: Undrained stress distribution by numerical method, Proc. ASCE, Vol.96, SM6, pp.1333-1345, 1968.
- 5) Sandhu, R. and Wilson, E. L.: Finite element analysis of flow in saturated porous media, Proc. ASCE, Vol.95, EM3, pp.641-652, 1969.
- 6) 平田昌史, 藤山哲雄, 竹山智英, 飯塚敦, 太田秀樹：HPMを用いた土/水連成有限要素解析における水頭の空間離散化, 土木学会, 応用力学論文集, vol.12, pp.187-194, 2009.
- 7) 平田昌史, 洞防人, 福田淳, 清水英樹：マクロ・エレメント法における空間離散化手法の拡張, 第64回土木学会年次学術講演会 第3部門, pp.275-276, 2009.
- 8) 竹山智英, 青木孝憲, 荒井亜希, 太田英樹：マクロエレメント法の真空圧密工法への適用(その1), 第43回地盤工学研究発表会, pp.887-888, 2008.
- 9) 荒井亜希, 竹山智英, 青木孝憲, 中熊和義, 本田周成, 太田英樹：マクロエレメント法の真空圧密工法への適用(その2), 第43回地盤工学研究発表会, pp.889-890, 2008.
- 10) 平田昌史, 福田淳, 西川浩二, 信田潤一, 山田耕一, 川井田実：拡張マクロ・エレメント法を用いた傾斜地盤の真空圧密FEM解析, 第64回土木学会年次学術講演会 第3部門, pp.273-274, 2009.
- 11) Barron, R.A.: Consolidation of Fine Grained Soils by Drain Wells, Trans. Am. Soc. Civ. Engrs., pp.113-718, 1948.

- 12) 関口秀雄, 柴田徹, 三村衛, 角倉克治 : 大水深護岸の変形解析, 京都大学防災研究所年報, 第 31 号, B-2, pp.123-145, 1988.
- 13) 竹内則雄, 矢田敬, 草深守人, 武田洋 : ペナルティを用いた浸透流問題の解析手法の開発, 計算工学会論文集, Vol.2, pp.179-185, 2000.
- 14) 今井五郎 : 「真空圧密工法」の更なる発展に向けて -真空圧を利用した地盤改良の原理とその適用-, 土木学会論文集, No.798/VI-68, pp.1-16, 2005.
- 15) 山添誠隆, 三田地利之 : 真空圧密併用盛土下における泥炭地盤の変形挙動解析, 地盤工学ジャーナル, Vol.1, No.4, pp.143-156, 2006.
- 16) Chai, J.-C., Carter, J.P. and Hayashi, S. : Vacuum Consolidation and its combination with embankment loading, Canadian Geotechnical Journal, Vol.43, No.10, pp.985-996, 2006.
- 17) 水野健太, 土田孝, 新舎博 : 真空圧密工法で改良された浚渫粘性土埋立地盤の変形挙動とその解析, 地盤工学ジャーナル, Vol.3, No.1, pp.95-108, 2008.
- 18) 信田潤一, 平田昌史, 山田耕一, 川井田実 : 超軟弱地盤上の載荷盛土における施工対策事例, 地盤工学会中部支部, 第 18 回調査・設計・施工技術報告会概要集, pp.49-54, 2009.
- 19) Sekiguchi, H. and Ohta, H. : Induced anisotropy and time dependency in clays, Constitutive Equation of Soils, Proc. Specialty, Session 9, 9th Int. Conf. Soil Mech. & Found. Engrg. Tokyo, pp.306-315, 1977.
- 20) 網干寿夫, 河本勇, 稲葉晃己 : ペーパードレーン工法について, 土と基礎, Vol.6, pp.3-10, 1965.
- 21) Iizuka, A. and Ohta, H. : A determination procedure of input parameters in elasto-viscoplastic finite element analysis, Soils and Foundations, Vol.27, No.3, pp.71-87, 1987.